

# Anexo 2: Dimensionamiento y cálculo de engranajes

## Análisis Estático [12]

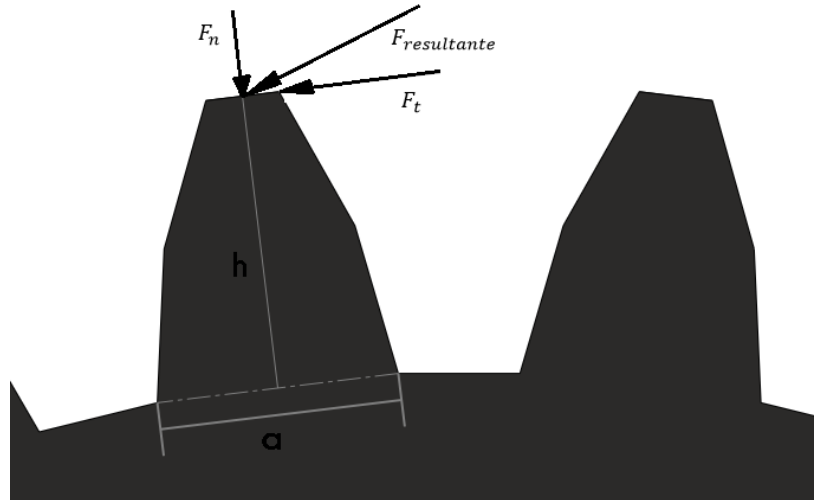


Figura A2.1: Diagrama de fuerzas presentes en un diente de un engranaje.

Considerando solo la flexión en el diente debido a la fuerza tangencial ( $F_t$ ), el mayor esfuerzo se genera en la base del diente y se puede determinar de la siguiente manera:

$$\sigma = \frac{M}{I} \frac{a}{2} \quad (A2.1)$$

Donde:

M: momento flector que actúa en el diente.  $M = F_t h$

I: Inercia del diente

h: altura del diente

a: base del diente

La inercia del diente se considera como el de una barra y se puede aproximar a:

$$I = \frac{b a^3}{12} \quad (A2.2)$$

Donde:

b: ancho de la cara o profundidad del diente

Reemplazando la ecuación (A2.2) en (A2.1), tenemos:

$$\sigma = \frac{6 F_t h}{b a^2} \quad (A2.3)$$

Además, el coeficiente de forma o coeficiente de Lewis depende puramente de la geometría y está determinado por:

$$y = \frac{a^2}{6 P h} \quad (A2.4)$$

Donde:

P: Paso diametral

Considerando un ángulo de presión ( $\rho$ ) de  $20^\circ$  para este tipo de engranajes, el coeficiente de Lewis puede ser calculado directamente mediante la siguiente formula:

$$y = \frac{Z}{7 (Z + 8)}$$

Despejando convenientemente  $a^2/6h$  de la ecuación (A2.4) y reemplazando en la ecuación (A2.3), el esfuerzo quedaría representado de la siguiente manera

$$\sigma = \frac{F_t}{b P y} \quad (A2.5)$$

Por último, la relación entre el paso (P) y el modulo es la siguiente:

$$P = \pi m \quad (A2.6)$$

Donde:

m: módulo del engranaje

Reemplazando (A2.6) en (A2.5), obtenemos:

$$\sigma = \frac{F_t}{b \pi m y} \quad (A2.7)$$

Estas ecuaciones serán usadas para calcular el ancho de la cara (b), el modulo del engranaje y el número de dientes para todos los engranajes del sistema mecatrónico presentado.

### Análisis por fatiga [13]

Para estos casos, el esfuerzo en el engranaje es pulsante puro, a continuación se presenta una gráfica del esfuerzo en el tiempo.

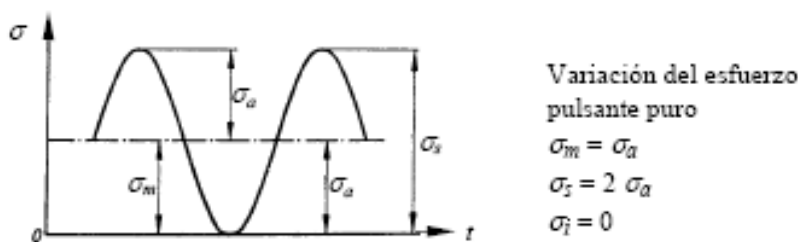


Figura A2.2: Gráfico del esfuerzo en el tiempo.

Donde:

$\sigma_m$ : Esfuerzo medio

$\sigma_a$ : Esfuerzo alternante

$\sigma_s$ : Esfuerzo superior

$\sigma_i$ : Esfuerzo inferior

Se puede determinar los esfuerzos alternantes ( $\sigma_a$ ) y medios ( $\sigma_m$ ) a partir del esfuerzo superior ( $\sigma_s$ ).

$$\sigma_{fa} = \sigma_{fm} = \frac{\sigma_{fs} + \sigma_{fi}}{2} = \frac{\sigma_{fs}}{2} \quad (A2.8)$$

Además, para el esfuerzo alternante es necesario considerar ciertos factores:

$$\sigma'_{fa} = \frac{\beta}{C_s C_t C_{temp} C_{carga} C_c} \sigma_{fa} \quad (A2.9)$$

Donde:

$\beta$ : Concentrador de esfuerzo

$C_s$ : Coeficiente de superficie

$C_t$ : Coeficiente de tamaño

$C_{temp}$ : Coeficiente de temperatura

$C_{carga}$ : Coeficiente de carga

$C_c$ : Coeficiente de confiabilidad

Para determinar el factor de seguridad, se debe determinar el esfuerzo alternante equivalente y el esfuerzo medio equivalente, debido a todas las cargas presentes.

$$\sigma'_{a eq} = \sqrt{(\sigma'_{na} + \sigma'_{fa})^2 + 3\tau'_{ta}^2} \quad (A2.10)$$

$$\sigma_{m eq} = \sqrt{(\sigma_{nm} + \sigma_{fm})^2 + 3\tau_{tm}^2} \quad (A2.11)$$

Como en estos casos no existe esfuerzo normal ni esfuerzo debido a la torsión, los esfuerzos equivalentes serían:

$$\sigma'_{a eq} = \sigma'_{fa}$$

$$\sigma_{m eq} = \sigma_{fm}$$

Según el diagrama de Haigh, el factor de seguridad está dado por la siguiente ecuación de la recta, denominada línea de sobrecarga:

$$\frac{1}{FS} = \frac{\sigma'_{a eq}}{\sigma_{ALT}} + \frac{\sigma_{m eq}}{\sigma_B} \quad (A2.12)$$

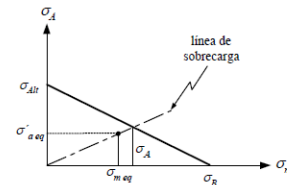


Figura A2.3: Diagrama de Haigh.

Donde:

$\sigma_{ALT}$ : Esfuerzo alternante permisible del material.

$\sigma_B$ : Esfuerzo último a tracción del material.

Para efectos prácticos, se puede obtener el valor del  $\sigma_{ALT}$  del material empleando la siguiente relación:

Material	$\sigma_{Alt}$			
Aceros	$\sigma_{Alt} = 0,5 \sigma_B$	si	$\sigma_B \leq 1400 \text{ N/mm}^2$	
	$\sigma_{Alt} = 700 \text{ N/mm}^2$	si	$\sigma_B > 1400 \text{ N/mm}^2$	
hierros y aceros fundidos	$\sigma_{Alt} = 0,45 \sigma_B$	si	$\sigma_B \leq 600 \text{ N/mm}^2$	
	$\sigma_{Alt} = 275 \text{ N/mm}^2$	si	$\sigma_B > 600 \text{ N/mm}^2$	

Figura A2.4: Relación de  $\sigma_{ALT}$  y  $\sigma_B$ .

En la figura A2.5 se muestran todos los engranajes del sistema mecatrónico.

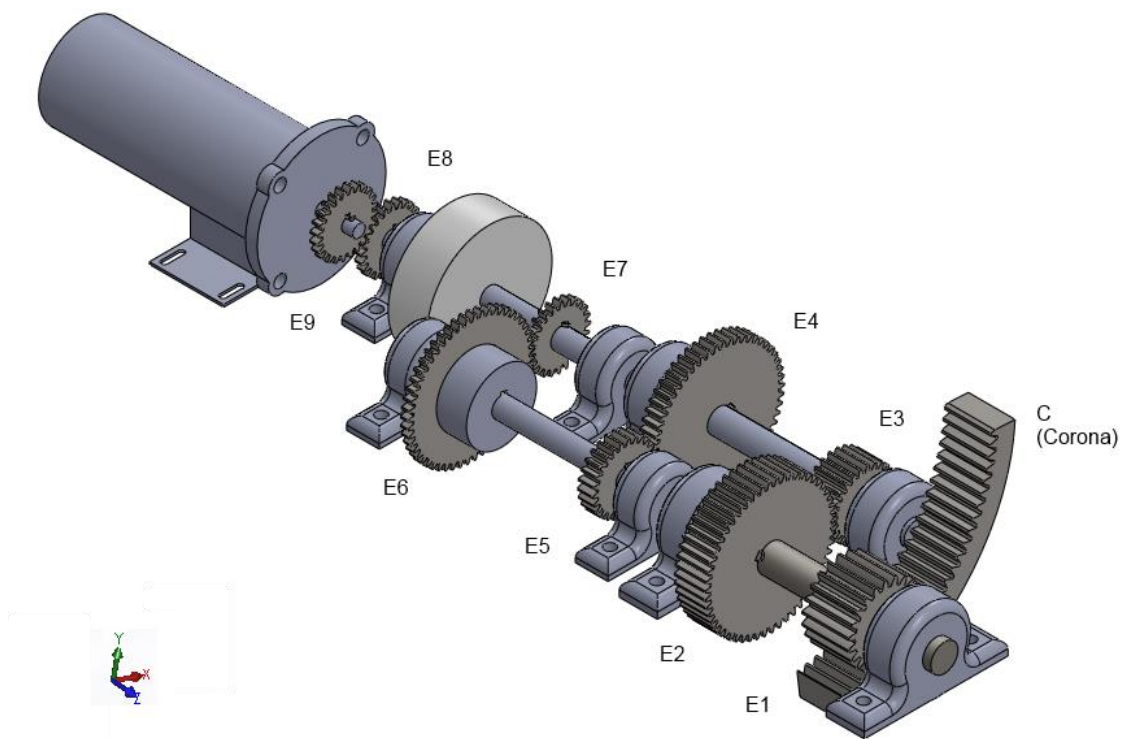


Figura A2.5: Vista isométrica del sistema de engranajes. Fuente: Elaboración propia.

## Cálculo del engranaje 1 y corona

### Condiciones

De las especificaciones de los fabricantes de vehículos, se ha considerado para este diseño una carga de 1500 kg como máximo para cada eje vehicular.

Las dimensiones de la corona han sido determinadas en función al espacio dispuesto para el sistema mecatrónico. El ancho de la cara ( $b$ ) y el módulo han sido determinados a partir de los valores obtenidos para el engranaje E1.

De las dimensiones de los “rompemuelle” actuales, se ha considerado que este mecanismo se aloje en un espacio de 2.7 m x 0.4 m x 0.25 m, siendo así, se ha considerado un diámetro primitivo de 88 mm para el engranaje E1.

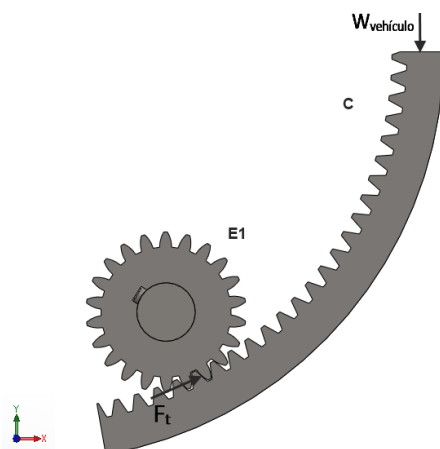


Figura A2.6: Fuerzas actuantes en el engranaje E1 y corona. Fuente: Elaboración propia.

Para el dimensionamiento de los engranajes se ha seleccionado el acero AISI 4340, comúnmente usado para este tipo de elementos de máquinas.

$W_{vehículo} = F_{tE1}$ (N)	14715
Diámetro primitivo (mm)	88
Esfuerzo de fluencia (MPa)	785
Esfuerzo ultimo a tracción (MPa)	1180

Tabla A2.1: Condiciones para dimensionamiento del engranaje E1. Fuente: Elaboración propia.

## Análisis estático

Aplicando las ecuaciones antes mencionadas, obtenemos los siguientes resultados:

Esfuerzo (MPa)							
y	0.1310	0.1257	0.1209	0.1164	0.1122	0.1084	0.1048
z	88	59	44	35	29	25	22
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	3576.82	2483.90	1937.44	1609.57	1390.99	1234.85	1117.76
15	2384.55	1655.93	1291.63	1073.05	927.32	823.24	745.17
20	1788.41	1241.95	968.72	804.78	695.49	617.43	558.88
25	1430.73	993.56	774.98	643.83	556.39	493.94	447.10
30	1192.27	827.97	645.81	536.52	463.66	411.62	372.59
35	1021.95	709.69	553.56	459.88	397.42	352.82	319.36
40	894.20	620.98	484.36	402.39	347.75	308.71	279.44
45	794.85	551.98	430.54	357.68	309.11	274.41	248.39

50	715.36	496.78	387.49	321.91	278.20	246.97	223.55
55	650.33	451.62	352.26	292.65	252.91	224.52	203.23
60	596.14	413.98	322.91	268.26	231.83	205.81	186.29

Tabla A2.2: Esfuerzos calculados para el engranaje E1.

Factor de Seguridad							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	0.18	0.26	0.35	0.44	0.53	0.61	0.70
15	0.26	0.40	0.53	0.66	0.79	0.92	1.05
20	0.35	0.53	0.70	0.88	1.05	1.23	1.40
25	0.44	0.66	0.88	1.10	1.32	1.54	1.76
30	0.53	0.79	1.05	1.32	1.58	1.84	2.11
35	0.61	0.92	1.23	1.54	1.84	2.15	2.46
40	0.70	1.05	1.40	1.76	2.11	2.46	2.81
45	0.79	1.19	1.58	1.98	2.37	2.77	3.16
50	0.88	1.32	1.76	2.19	2.63	3.07	3.51
55	0.97	1.45	1.93	2.41	2.90	3.38	3.86
60	1.05	1.58	2.11	2.63	3.16	3.69	4.21

Tabla A2.3: Factor de seguridad (estático) para el engranaje E1.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 4, 22 dientes y un ancho de la cara (b) de 60 mm un F.S. de 4.21, sin embargo será necesario realizar el análisis por fatiga.

### Análisis por Fatiga

Considerando los siguientes coeficientes:

Coeficiente	Valor	Justificación
$\beta$	1	No se considera concentrador de esfuerzo
$C_s$	0.9	Se considera una superficie rectificada
$C_t$	1	El fabricante brinda la resistencia para distintos tamaños
$C_{temp}$	1.01	Se espera trabajar a 50 °C como máximo
$C_{carga}$	1	Solo se considera flexión
$C_c$	0.814	Confiabilidad del 99%

Tabla A2.4: Coeficientes para el análisis por fatiga del engranaje E1.

Aplicando las ecuaciones y coeficientes antes mencionados, obtenemos lo siguiente:

Esfuerzo alternante equivalente (MPa)							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	3021.26	2014.18	1510.63	1208.51	1007.09	863.22	755.32
15	2014.18	1342.78	1007.09	805.67	671.39	575.48	503.54
20	1510.63	1007.09	755.32	604.25	503.54	431.61	377.66
25	1208.51	805.67	604.25	483.40	402.84	345.29	302.13
30	1007.09	671.39	503.54	402.84	335.70	287.74	251.77
35	863.22	575.48	431.61	345.29	287.74	246.63	215.80
40	755.32	503.54	377.66	302.13	251.77	215.80	188.83
45	671.39	447.59	335.70	268.56	223.80	191.83	167.85
50	604.25	402.84	302.13	241.70	201.42	172.64	151.06
55	549.32	366.21	274.66	219.73	183.11	156.95	137.33
60	503.54	335.70	251.77	201.42	167.85	143.87	125.89

Tabla A2.5: Valores de los esfuerzos alternantes equivalentes para el engranaje E1.

Esfuerzo medio equivalente (MPa)							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	2235.51	1490.34	1117.76	894.20	745.17	638.72	558.88
15	1490.34	993.56	745.17	596.14	496.78	425.81	372.59
20	1117.76	745.17	558.88	447.10	372.59	319.36	279.44
25	894.20	596.14	447.10	357.68	298.07	255.49	223.55
30	745.17	496.78	372.59	298.07	248.39	212.91	186.29
35	638.72	425.81	319.36	255.49	212.91	182.49	159.68
40	558.88	372.59	279.44	223.55	186.29	159.68	139.72
45	496.78	331.19	248.39	198.71	165.59	141.94	124.20
50	447.10	298.07	223.55	178.84	149.03	127.74	111.78
55	406.46	270.97	203.23	162.58	135.49	116.13	101.61
60	372.59	248.39	186.29	149.03	124.20	106.45	93.15

Tabla A2.6: Valores de los esfuerzos medios equivalentes para el engranaje E1.

Factor de seguridad							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	0.14	0.21	0.29	0.36	0.43	0.50	0.57
15	0.21	0.32	0.43	0.53	0.64	0.75	0.86
20	0.29	0.43	0.57	0.71	0.86	1.00	1.14
25	0.36	0.53	0.71	0.89	1.07	1.25	1.43

30	0.43	0.64	0.86	1.07	1.28	1.50	1.71
35	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00
40	0.57	0.86	1.14	1.43	1.71	2.00	2.28
45	0.64	0.96	1.28	1.60	1.92	2.25	2.57
50	0.71	1.07	1.43	1.78	2.14	2.49	2.85
55	0.78	1.18	1.57	1.96	2.35	2.74	3.14
60	0.86	1.28	1.71	2.14	2.57	2.99	3.42

Tabla A2.7: Factor de seguridad por fatiga para el engranaje E1.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 4, 22 dientes y un ancho de la cara (b) de 60 mm un F.S. de 3.42.

## Cálculo del engranaje 2

### Condiciones

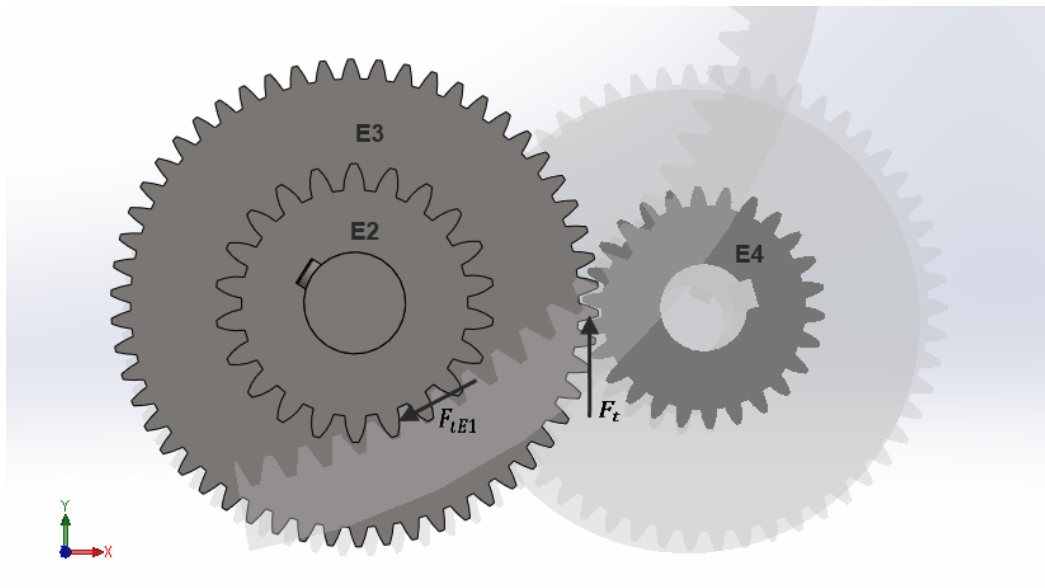


Figura A2.7: Fuerzas actuantes en el engranaje E2, engranaje E3 y engranaje E4. Fuente: Elaboración propia.

La fuerza tangencial que actúa en este engranaje se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$\sum M_z = 0$$

$$F_{tE2} \frac{D_{pE2}}{2} = F_{tE1} \frac{D_{pE1}}{2}$$

Donde:

- $F_{tE1}$ : Fuerza tangencial del engranaje E1
- $D_{pE1}$ : Diámetro primitivo del engranaje E1
- $F_{tE2}$ : Fuerza tangencial del engranaje E2
- $D_{pE2}$ : Diámetro primitivo del engranaje E2
- $M_z$ : Momento en el eje z



$F_{tE2}$ (N)	7993.333
$D_{pE2}$ : Diámetro primitivo (mm)	162
Esfuerzo de fluencia (MPa)	590
Esfuerzo ultimo a tracción (MPa)	900

Tabla A2.8: Condiciones para dimensionamiento del engranaje E2.

## Análisis Estático

Aplicando las ecuaciones antes mencionadas, obtenemos los siguientes resultados:

Esfuerzo (MPa)							
y	0.1361	0.1330	0.1300	0.1272	0.1244	0.1218	0.1193
z	162	108	81	64.8	54	46.28571	40.5
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	1869.00	1275.32	978.48	800.37	681.64	596.82	533.22
15	1246.00	850.21	652.32	533.58	454.42	397.88	355.48
20	934.50	637.66	489.24	400.19	340.82	298.41	266.61
25	747.60	510.13	391.39	320.15	272.65	238.73	213.29
30	623.00	425.11	326.16	266.79	227.21	198.94	177.74
35	534.00	364.38	279.57	228.68	194.75	170.52	152.35
40	467.25	318.83	244.62	200.09	170.41	149.21	133.30
45	415.33	283.40	217.44	177.86	151.47	132.63	118.49
50	373.80	255.06	195.70	160.07	136.33	119.36	106.64

Tabla A2.9: Esfuerzos calculados para el engranaje E2.

Factor de Seguridad							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	0.32	0.46	0.60	0.74	0.87	0.99	1.11
15	0.47	0.69	0.90	1.11	1.30	1.48	1.66
20	0.63	0.93	1.21	1.47	1.73	1.98	2.21
25	0.79	1.16	1.51	1.84	2.16	2.47	2.77
30	0.95	1.39	1.81	2.21	2.60	2.97	3.32
35	1.10	1.62	2.11	2.58	3.03	3.46	3.87
40	1.26	1.85	2.41	2.95	3.46	3.95	4.43
45	1.42	2.08	2.71	3.32	3.90	4.45	4.98
50	1.58	2.31	3.01	3.69	4.33	4.94	5.53

Tabla A2.10: Factor de seguridad (estático) para el engranaje E2.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 54 dientes y un ancho de la cara (b) de 40 mm un F.S. de 3.46, sin embargo será necesario realizar el análisis por fatiga.

### Análisis por Fatiga

Aplicando las ecuaciones y coeficientes antes mencionados, obtenemos lo siguiente:

Coeficiente	Valor	Justificación
$\beta$	1	No se considera concentrador de esfuerzo
$C_s$	0.9	Se considera una superficie rectificada
$C_t$	1	El fabricante brinda la resistencia para distintos tamaños
$C_{temp}$	1.01	Se espera trabajar a 50 °C como máximo
$C_{carga}$	1	Solo se considera flexión
$C_c$	0.814	Confiabilidad del 99%

Tabla A2.11: Coeficientes para el análisis por fatiga del engranaje E2.

Esfuerzo alternante equivalente (MPa)							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	1262.97	861.79	661.20	540.85	460.61	403.30	360.32
15	841.98	574.53	440.80	360.56	307.07	268.87	240.21
20	631.48	430.89	330.60	270.42	230.31	201.65	180.16
25	505.19	344.72	264.48	216.34	184.24	161.32	144.13
30	420.99	287.26	220.40	180.28	153.54	134.43	120.11
35	360.85	246.23	188.91	154.53	131.60	115.23	102.95
40	315.74	215.45	165.30	135.21	115.15	100.83	90.08
45	280.66	191.51	146.93	120.19	102.36	89.62	80.07
50	252.59	172.36	132.24	108.17	92.12	80.66	72.06

Tabla A2.12: Valores de los esfuerzos alternantes equivalentes para el engranaje E2.

Esfuerzo medio equivalente (MPa)							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	934.50	637.66	489.24	400.19	340.82	298.41	266.61
15	623.00	425.11	326.16	266.79	227.21	198.94	177.74
20	467.25	318.83	244.62	200.09	170.41	149.21	133.30
25	373.80	255.06	195.70	160.07	136.33	119.36	106.64
30	311.50	212.55	163.08	133.40	113.61	99.47	88.87
35	267.00	182.19	139.78	114.34	97.38	85.26	76.17
40	233.63	159.41	122.31	100.05	85.20	74.60	66.65
45	207.67	141.70	108.72	88.93	75.74	66.31	59.25
50	186.90	127.53	97.85	80.04	68.16	59.68	53.32

Tabla A2.13: Valores de los esfuerzos medios equivalentes para el engranaje E2.

Ancho de la cara (b) (mm)	Factor de Seguridad						
	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	0.26	0.38	0.50	0.61	0.71	0.81	0.91
15	0.39	0.57	0.75	0.91	1.07	1.22	1.37
20	0.52	0.76	0.99	1.21	1.43	1.63	1.82
25	0.65	0.95	1.24	1.52	1.78	2.04	2.28
30	0.78	1.14	1.49	1.82	2.14	2.44	2.73
35	0.91	1.33	1.74	2.13	2.50	2.85	3.19
40	1.04	1.52	1.99	2.43	2.85	3.26	3.65
45	1.17	1.72	2.24	2.73	3.21	3.67	4.10
50	1.30	1.91	2.48	3.04	3.57	4.07	4.56

Tabla A2.14: Factor de seguridad por fatiga para el engranaje E2.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 54 dientes y un ancho de la cara (b) de 40 mm un F.S. de 2.85.

### Cálculo del engranaje E3

#### Condiciones

Debido a que los engranajes E2 y E3 están en contacto, presentan la misma fuerza tangencial (ver figura A2.7). Además, el engranaje E3 debe tener el mismo módulo y ancho de la cara (b).

$F_{tE3}$ (N)	7993.33
Módulo	3
Ancho de la cara (b) (mm)	40
Esfuerzo de fluencia (MPa)	785
Esfuerzo ultimo a tracción (MPa)	1100

Tabla A2.15: Condiciones para dimensionamiento del engranaje E3.

#### Análisis Estático

Numero de dientes(z)	Coeficiente de Lewis (y)	Esfuerzo (MPa)	Factor de Seguridad
20	0.1020	207.79	3.78
22	0.1048	202.39	3.88
24	0.1071	197.89	3.97
26	0.1092	194.09	4.04
28	0.1111	190.83	4.11
30	0.1128	188.00	4.18
32	0.1143	185.53	4.23

Tabla A2.16: Esfuerzos y factores de seguridad calculados para el engranaje E3.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 24 dientes y un ancho de la cara (b) de 40 mm un F.S. de 3.97, sin embargo será necesario realizar el análisis por fatiga.

### Análisis por Fatiga

Coeficiente	Valor	Justificación
$\beta$	1	No se considera concentrador de esfuerzo
$C_s$	0.9	Se considera una superficie rectificada
$C_t$	1	El fabricante brinda la resistencia para distintos tamaños
$C_{temp}$	1.01	Se espera trabajar a 50 °C como máximo
$C_{carga}$	1	Solo se considera flexión
$C_c$	0.814	Confiabilidad del 99%

Tabla A2.17: Coeficientes para el análisis por fatiga del engranaje E3.

Numero de dientes(z)	Esfuerzo alternante equivalente (MPa)	Esfuerzo medio equivalente (MPa)	Factor de Seguridad
20	140.41	103.89	2.86
22	136.77	101.20	2.94
24	133.73	98.95	3.00
26	131.15	97.04	3.06
28	128.95	95.41	3.11
30	127.04	94.00	3.16
32	125.37	92.76	3.20

Tabla A2.18: Esfuerzos alternantes equivalentes, esfuerzos medios equivalentes y factores de seguridad por fatiga para el engranaje E3.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 24 dientes y un ancho de la cara (b) de 40 mm un F.S. de 3.00.

## Cálculo del engranaje 4

### Condiciones

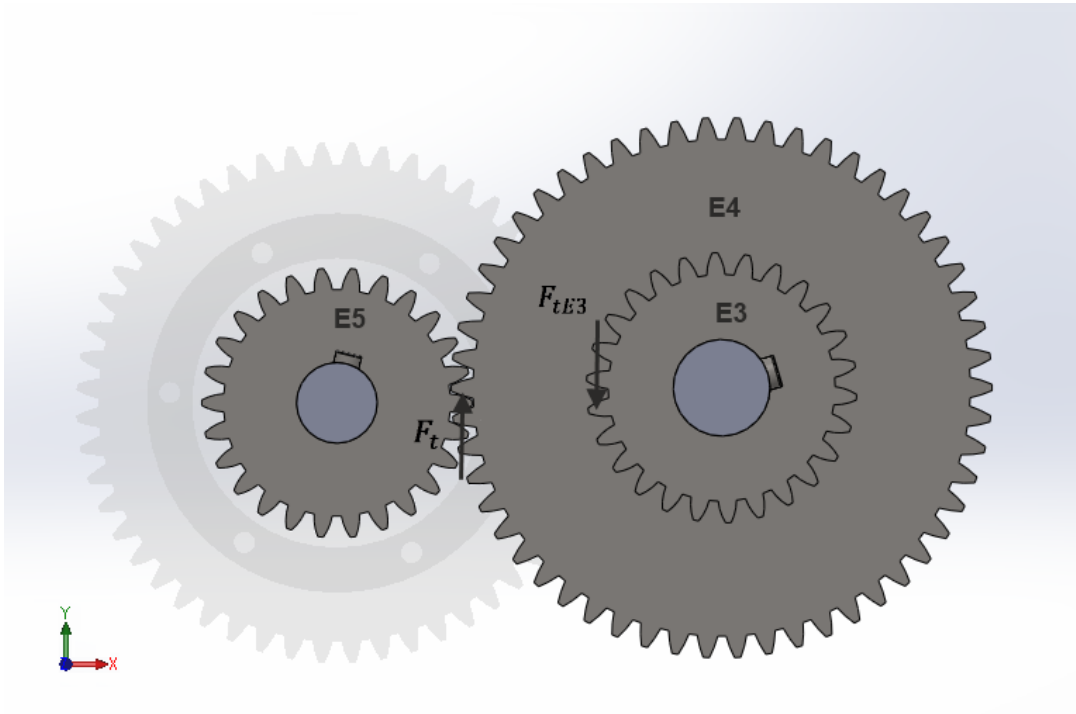


Figura A2.8: Fuerzas actuantes en el engranaje E3, engranaje E4 y engranaje E5. Fuente: Elaboración propia.

La fuerza tangencial que actúa en este engranaje se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$\sum M_Z = 0$$
$$F_{tE4} \frac{D_{pE4}}{2} = F_{tE3} \frac{D_{pE3}}{2}$$

Donde:

$F_{tE3}$ : Fuerza tangencial del engranaje E3

$D_{pE3}$ : Diámetro primitivo del engranaje E3

$F_{tE4}$ : Fuerza tangencial del engranaje E4

$D_{pE4}$ : Diámetro primitivo del engranaje E4

$F_{tE4}$ (N)	3848.642
$D_{pE4}$ :Diámetro primitvo (mm)	162
Esfuerzo de fluencia (MPa)	590
Esfuerzo ultimo a tracción (MPa)	900

Tabla A2.19: Condiciones para dimensionamiento del engranaje E4.

## Análisis Estático

Esfuerzo (MPa)							
y	0.1361	0.1330	0.1300	0.1272	0.1244	0.1218	0.1193
z	162	108	81	64.8	54	46.28571	40.5
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	899.89	614.04	471.12	385.36	328.20	287.36	256.73
15	599.93	409.36	314.08	256.91	218.80	191.57	171.16
20	449.95	307.02	235.56	192.68	164.10	143.68	128.37
25	359.96	245.62	188.45	154.15	131.28	114.94	102.69
30	299.96	204.68	157.04	128.45	109.40	95.79	85.58
35	257.11	175.44	134.61	110.10	93.77	82.10	73.35
40	224.97	153.51	117.78	96.34	82.05	71.84	64.18

Tabla A2.20: Esfuerzos calculados para el engranaje E4.

Factor de Seguridad							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	0.66	0.96	1.25	1.53	1.80	2.05	2.30
15	0.98	1.44	1.88	2.30	2.70	3.08	3.45
20	1.31	1.92	2.50	3.06	3.60	4.11	4.60
25	1.64	2.40	3.13	3.83	4.49	5.13	5.75
30	1.97	2.88	3.76	4.59	5.39	6.16	6.89
35	2.29	3.36	4.38	5.36	6.29	7.19	8.04
40	2.62	3.84	5.01	6.12	7.19	8.21	9.19

Tabla A2.21: Factor de seguridad (estático) para el engranaje E4.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 54 dientes y un ancho de la cara (b) de 20 mm un F.S. de 3.60, sin embargo será necesario realizar el análisis por fatiga.

## Análisis por Fatiga

Coeficiente	Valor	Justificación
$\beta$	1	No se considera concentrador de esfuerzo
$C_s$	0.9	Se considera una superficie rectificada
$C_t$	1	El fabricante brinda la resistencia para distintos tamaños
$C_{temp}$	1.01	Se espera trabajar a 50 °C como máximo
$C_{carga}$	1	Solo se considera flexión
$C_c$	0.814	Confiabilidad del 99%

Tabla A2.22: Coeficientes para el análisis por fatiga del engranaje E4.

Esfuerzo alternante equivalente (MPa)							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	608.09	414.94	318.36	260.41	221.78	194.18	173.49
15	405.40	276.62	212.24	173.61	147.85	129.45	115.66
20	304.05	207.47	159.18	130.20	110.89	97.09	86.74
25	243.24	165.97	127.34	104.16	88.71	77.67	69.39
30	202.70	138.31	106.12	86.80	73.93	64.73	57.83
35	173.74	118.55	90.96	74.40	63.36	55.48	49.57
40	152.02	103.73	79.59	65.10	55.44	48.55	43.37

Tabla A2.23: Valores de los esfuerzos alternantes equivalentes para el engranaje E4.

Esfuerzo medio equivalente (MPa)							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	449.95	307.02	235.56	192.68	164.10	143.68	128.37
15	299.96	204.68	157.04	128.45	109.40	95.79	85.58
20	224.97	153.51	117.78	96.34	82.05	71.84	64.18
25	179.98	122.81	94.22	77.07	65.64	57.47	51.35
30	149.98	102.34	78.52	64.23	54.70	47.89	42.79
35	128.56	87.72	67.30	55.05	46.89	41.05	36.68
40	112.49	76.76	58.89	48.17	41.02	35.92	32.09

Tabla A2.24: Valores de los esfuerzos medios equivalentes para el engranaje E4.

Factor de seguridad							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	0.54	0.79	1.03	1.26	1.48	1.69	1.89
15	0.81	1.19	1.55	1.89	2.22	2.54	2.84
20	1.08	1.58	2.06	2.52	2.96	3.38	3.79
25	1.35	1.98	2.58	3.15	3.70	4.23	4.73
30	1.62	2.37	3.10	3.78	4.44	5.07	5.68
35	1.89	2.77	3.61	4.41	5.18	5.92	6.63
40	2.16	3.17	4.13	5.05	5.92	6.77	7.57

Tabla A2.25: Factor de seguridad por fatiga para el engranaje E4.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 54 dientes y un ancho de la cara (b) de 20 mm un F.S. de 2.96.

## Cálculo del engranaje E5

### Condiciones

Debido a que los engranajes E4 y E5 están en contacto, presentan la misma fuerza tangencial (ver figura A2.8). Además, el engranaje E5 debe tener el mismo módulo y ancho de la cara (b).

$F_{tE5}$ (N)	3848.64
Módulo	3
Ancho de la cara (b) (mm)	20
Esfuerzo de fluencia (MPa)	785
Esfuerzo ultimo a tracción (MPa)	1100

Tabla A2.26: Condiciones para dimensionamiento del engranaje E5.

### Análisis Estático

Numero de dientes (z)	Coeficiente de Lewis (y)	Esfuerzo (MPa)	Factor de seguridad
20	0.1020	200.09	3.92
22	0.1048	194.90	4.03
24	0.1071	190.57	4.12
26	0.1092	186.90	4.20
28	0.1111	183.76	4.27
30	0.1128	181.04	4.34
32	0.1143	178.65	4.39

Tabla A2.27: Esfuerzos y factores de seguridad calculados para el engranaje E5.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 24 dientes y un ancho de la cara (b) de 20 mm un F.S. de 4.12, sin embargo será necesario realizar el análisis por fatiga.

### Análisis por Fatiga

Coeficiente	Valor	Justificación
$\beta$	1	No se considera concentrador de esfuerzo
$C_s$	0.9	Se considera una superficie rectificada
$C_t$	1	El fabricante brinda la resistencia para distintos tamaños
$C_{temp}$	1.01	Se espera trabajar a 50 °C como máximo
$C_{carga}$	1	Solo se considera flexión
$C_c$	0.814	Confiabilidad del 99%

Tabla A2.28: Coeficientes para el análisis por fatiga del engranaje E5.



Numero de dientes (z)	Esfuerzo alternante equivalente (MPa)	Esfuerzo medio equivalente (MPa)	Factor de Seguridad
20	135.21	100.05	2.97
22	131.70	97.45	3.05
24	128.77	95.28	3.12
26	126.30	93.45	3.18
28	124.17	91.88	3.23
30	122.33	90.52	3.28
32	120.72	89.33	3.33

Tabla A2.29: Esfuerzos alternantes equivalentes, esfuerzos medios equivalentes y factores de seguridad por fatiga para el engranaje E5.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 24 dientes y un ancho de la cara (b) de 20 mm un F.S. de 3.12.

## Cálculo del engranaje E6

### Condiciones

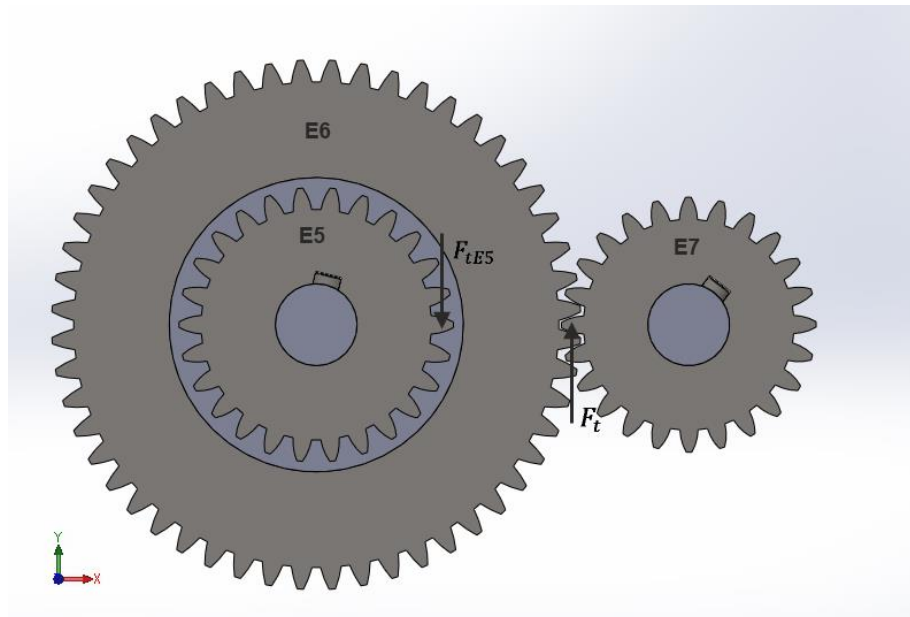


Figura A2.9: Fuerzas actuantes en el engranaje E5, engranaje E6 y engranaje E7.  
Fuente: Elaboración propia.

La fuerza tangencial que actúa en este engranaje se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$\sum M_z = 0$$

$$F_{tE6} \frac{D_{pE6}}{2} = F_{tE5} \frac{D_{pE5}}{2}$$

Donde:

$F_{tE5}$ : Fuerza tangencial del engranaje E5  
 $D_{pE5}$ : Diámetro primitivo del engranaje E5  
 $F_{tE6}$ : Fuerza tangencial del engranaje E6  
 $D_{pE6}$ : Diámetro primitivo del engranaje E6

$F_{tE6}$ (N)	1924.321
$D_{pE6}$ : Diámetro primitivo (mm)	156
Esfuerzo fluencia (MPa)	590
Esfuerzo ultimo a tracción (MPa)	900

Tabla A2.30: Condiciones para dimensionamiento del engranaje E6.

## Análisis Estático

Esfuerzo (MPa)							
y	0.1359	0.1327	0.1296	0.1266	0.1238	0.1211	0.1185
z	156	104	78	62.4	52	44.57143	39
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	450.76	307.84	236.37	193.50	164.91	144.49	129.18
15	300.51	205.22	157.58	129.00	109.94	96.33	86.12
20	225.38	153.92	118.19	96.75	82.46	72.25	64.59
25	180.30	123.13	94.55	77.40	65.96	57.80	51.67

Tabla A2.31: Esfuerzos calculados para el engranaje E6.

Factor de Seguridad							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	1.31	1.92	2.50	3.05	3.58	4.08	4.57
15	1.96	2.87	3.74	4.57	5.37	6.12	6.85
20	2.62	3.83	4.99	6.10	7.16	8.17	9.13
25	3.27	4.79	6.24	7.62	8.94	10.21	11.42

Tabla A2.32: Factor de seguridad (estático) para el engranaje E6.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 52 dientes y un ancho de la cara (b) de 10 mm un F.S. de 3.58, sin embargo será necesario realizar el análisis por fatiga.

## Análisis por Fatiga

Coeficiente	Valor	Justificación
$\beta$	1	No se considera concentrador de esfuerzo
$C_s$	0.9	Se considera una superficie rectificada
$C_t$	1	El fabricante brinda la resistencia para distintos tamaños
$C_{temp}$	1.01	Se espera trabajar a 50 °C
$C_{carga}$	1	Solo se considera flexión

$C_c$	0.814	Confiabilidad del 99%
-------	-------	-----------------------

Tabla A2.33: Coeficientes para el análisis por fatiga del engranaje E6.

Esfuerzo alternante equivalente (MPa)							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	304.60	208.02	159.73	130.75	111.44	97.64	87.29
15	203.07	138.68	106.49	87.17	74.29	65.09	58.20
20	152.30	104.01	79.86	65.38	55.72	48.82	43.65
25	121.84	83.21	63.89	52.30	44.58	39.06	34.92

Tabla A2.34: Valores de los esfuerzos alternantes equivalentes para el engranaje E6.

Esfuerzo medio equivalente (MPa)							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	225.38	153.92	118.19	96.75	82.46	72.25	64.59
15	150.25	102.61	78.79	64.50	54.97	48.16	43.06
20	112.69	76.96	59.09	48.37	41.23	36.12	32.30
25	90.15	61.57	47.27	38.70	32.98	28.90	25.84

Tabla A2.35: Valores de los esfuerzos medios equivalentes para el engranaje E6.

Factor de seguridad							
Ancho de la cara (b) (mm)	Módulo						
	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
10	1.08	1.58	2.06	2.51	2.95	3.36	3.76
15	1.62	2.37	3.08	3.77	4.42	5.05	5.64
20	2.16	3.16	4.11	5.02	5.90	6.73	7.53
25	2.70	3.95	5.14	6.28	7.37	8.41	9.41

Tabla A2.36: Factor de seguridad por fatiga para el engranaje E6.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 52 dientes y un ancho de la cara (b) de 10 mm un F.S. de 2.95.

## Cálculo del engranaje E7

### Condiciones

Debido a que los engranajes E6 y E7 están en contacto, presentan la misma fuerza tangencial (ver figura A2.9). Además, el engranaje E7 debe tener el mismo módulo y ancho de la cara (b).

$F_{tE7}$ (N)	1924.32
Módulo	3
Ancho de la cara (b) (mm)	10
Esfuerzo de fluencia (MPa)	785
Esfuerzo ultimo a tracción (MPa)	1100

Tabla A2.37: Condiciones para dimensionamiento del engranaje E7.

### Análisis Estático

Numero de dientes (z)	Coefficiente de Lewis (y)	Esfuerzo (MPa)	Factor de Seguridad
20	0.1020	200.09	3.92
22	0.1048	194.90	4.03
24	0.1071	190.57	4.12
26	0.1092	186.90	4.20
28	0.1111	183.76	4.27
30	0.1128	181.04	4.34
32	0.1143	178.65	4.39

Tabla A2.38: Esfuerzos y factores de seguridad calculados para el engranaje E7.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 22 dientes y un ancho de la cara (b) de 10 mm un F.S. de 4.03, sin embargo será necesario realizar el análisis por fatiga.

### Análisis por Fatiga

Coeficiente	Valor	Justificación
B	1	No se considera concentrador de esfuerzo
$C_s$	0.9	Se considera una superficie rectificada
$C_t$	1	El fabricante brinda la resistencia para distintos tamaños
$C_{temp}$	1.01	Se espera trabajar a 50 °C
$C_{carga}$	1	Solo se considera flexión
$C_c$	0.814	Confiabilidad del 99%

Tabla A2.39: Coeficientes para el análisis por fatiga del engranaje E7.

Numero de dientes (z)	Esfuerzo alternante equivalente (MPa)	Esfuerzo medio equivalente (MPa)	Factor de Seguridad
20	135.21	100.05	2.97
22	131.70	97.45	3.05
24	128.77	95.28	3.12
26	126.30	93.45	3.18
28	124.17	91.88	3.23
30	122.33	90.52	3.28
32	120.72	89.33	3.33

Tabla A2.40: Esfuerzos alternantes equivalentes, esfuerzos medios equivalentes y factores de seguridad por fatiga para el engranaje E7.

De este cuadro seleccionamos para un módulo igual a 3, 22 dientes y un ancho de la cara (b) de 10 mm un F.S. de 3.12.

### Cálculo del engranaje E8 y E9

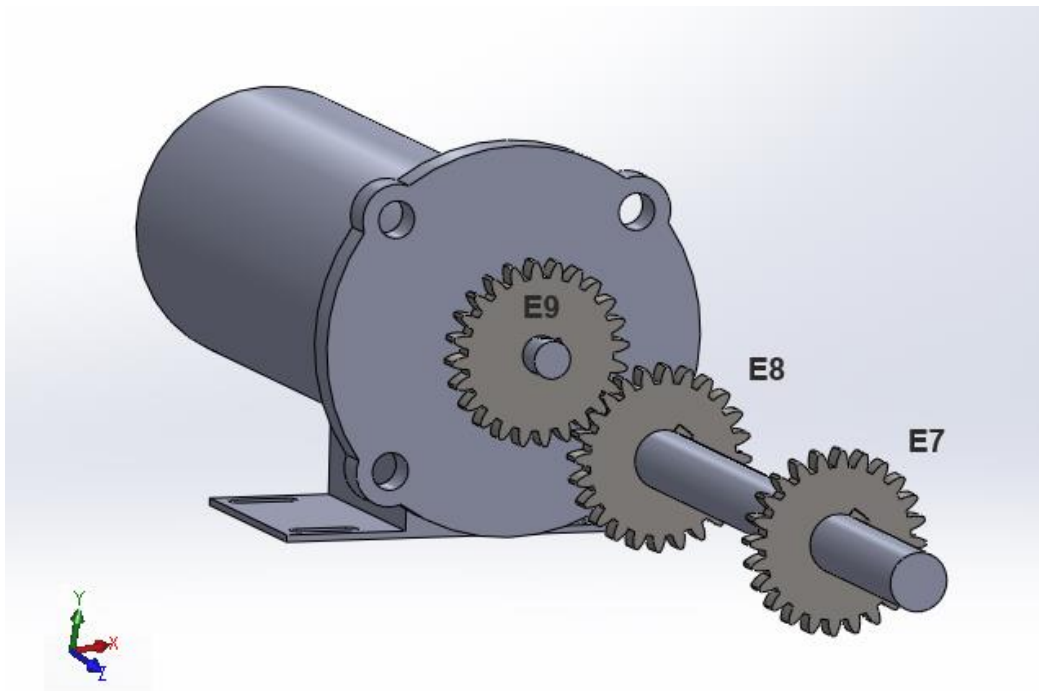


Figura A2.10: Vista isométrica del engranaje 7, engranaje 8 y engranaje 9. Fuente: Elaboración propia.

Como se muestra en la figura A2.10 los engranajes E8 y E9 son idénticos al engranaje E7, debido a que en este eje no se requiere una velocidad distinta, debido a que entre el engranaje E7 y E8 se montará un disco de plomo para agregar inercia al sistema.